

TRIGONOMETRIJA	
1.	Одредити $\sin 15^\circ$, ако се зна да је $\cos 15^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2 + \sqrt{3}}$.
2.	Ако је $\frac{3 \sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha + 2 \cos \alpha} = 1$, одредити $\operatorname{tg} \alpha$.
3. Dokazati identitet	$\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$ за $\alpha \neq \pi k, k \in \mathbf{Z}$.
4. Uprostiti izraz	$\operatorname{tg} \alpha (\cos \alpha - \cos^3 \alpha)$.
5. Uprostiti izraz:	$\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha$;
6. Uprosti izraz:	$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin(\pi - \alpha) - \cos(\pi + \alpha) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$;
7. Dokazati identitet	$\frac{\sin \alpha - 2 \sin(\pi - \alpha)}{\cos(\pi + \alpha) - \cos \alpha} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha$.
8. Uprosti izraz	$\frac{\sin 750^\circ \cdot \cos 390^\circ \cdot \operatorname{tg} 1140^\circ}{\operatorname{ctg} 405^\circ \cdot \sin 1860^\circ \cdot \cos 780^\circ}$;
9. Primanom adicionih teorema dokaži	$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$;
10. Proveri jednakost	$\sin 20^\circ \cos 10^\circ + \cos 20^\circ \sin 10^\circ = \frac{1}{2}$;
11. Uprosti izraz	$\cos \frac{7\pi}{10} \cos \frac{\pi}{5} + \sin \frac{7\pi}{10} \sin \frac{\pi}{5}$;
12.	Одредити $\cos(\alpha + \beta)$, ако је $\sin \alpha = \sin \beta = \frac{5}{13}$ и $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right), \beta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.
13.	Одредити $\sin(\alpha + \beta)$, ако је $\cos \alpha = \cos \beta = -\frac{4}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right), \beta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$.

14. Uprosti izraz	$\sin \alpha \cos 2\alpha + \cos \alpha \sin 2\alpha;$
15. Uprosti izraz	$\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta);$
16. Dokaži identitet	$\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) = \sin^2 \alpha - \sin^2 \beta;$
17.	Доказати идентитет: $(\sin x + \sin y)^2 + (\cos x + \cos y)^2 = 2 + 2 \cos(x - y).$
18. Dokaži identitet	$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} = \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta.$
19. Pokazati da je	$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1;$
20. Dokazati	$\sin 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha};$
21.	Ако је $\cos 2\alpha = \frac{7}{9}$, израчунати $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$, $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right).$
22.	Ако је $\sin \alpha = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$ и $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, одредити $\sin \frac{\alpha}{2}.$
23. Uprosti izraz	$4 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \left(\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}\right);$
24.	Одредити $\cos \frac{\alpha}{2}$, ако је $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ и $\alpha \in \left(-\frac{3\pi}{2}, -\pi\right).$
25. Proizvod transformisati u razliku	$\sin 5x \sin 3x;$
26. Proizvod transformiši u zbir	$\cos 7x \cos 5x;$
27. Dokaži identitet	$1 + \cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2};$
28. Transformiši u proizvod	$\sin 20^\circ + \cos 50^\circ;$
29. Transformiši u proizvod	$\sin x + \sin 2x + \sin 3x,$
30. Transformiši u proizvod	$4 \sin \alpha + 3 \cos \alpha.$
31. Reši jednačinu	$2 \sin x - \sqrt{3} = 0;$
32. Reši jednačinu	$\sin^2 x + 2 \sin x = 0;$
33. Reši jednačinu	$\cos x - 2 \sin^2 \frac{x}{2} = 0$ u intervalu $(-\pi, 4\pi].$

34. Rešiti jednačinu:

$$\cos \frac{x}{2} = 1 + \cos x;$$

35. Rešiti jednačinu:

$$\frac{\sin x}{1 + \cos x} = \sin \frac{x}{2}.$$

36. Reši jednačinu

$$2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0;$$

37. Rešiti jednačinu:

$$\sin^4 x - \cos^4 x = \cos x.$$

38. Reši jednačinu

$$\sqrt{3} \sin x + \cos x = 1.$$

39. Reši jednačinu

$$\cos 4x + 2 \cos^2 x = 1.$$

40. Reši jednačinu

$$\sin x + \cos x = 1.$$

PLANIMETRIJA I STEREOMETRIJA

41. У троуглу ABC је $\alpha = 30^\circ$, $a = \sqrt{2}$, $b = 2$. Наћи остале углове троугла.

42. Нека је у троуглу ABC : $c = 2$, $a : b = \sqrt{7} : 3$ и $\alpha = 60^\circ$. Израчунати странице троугла

43. Израчунати дужину полупречника описаног круга троугла ABC чије су странице $AB = 6 \text{ cm}$ и $AC = 10 \text{ cm}$, а висина $AD = 5 \text{ cm}$.

44. У једнакокраком трапезу дијагонала d гради са основицом угао α . Доказати да се површина тог трапеза може рачунати по формули $P = \frac{1}{2}d^2 \sin 2\alpha$.

45. Дат је конвексан четвороугао $ABCD$ чије су странице и дијагонала AC познате: $AB = 32$, $BC = 34$, $DA = 20$, $AC = 17$. Израчунати угао између дијагонала.

46. Дијагонале правоугаоника секу се под углом од 60° . Израчунати површину и обим правоугаоника ако је његова дужа страница $a = 6\sqrt{3} \text{ cm}$.

47. Правоугаоник и квадрат имају једнаке површине 100 cm^2 . Ако је једна страница правоугаоника за 2 cm краћа од странице квадрата, израчунати обиме квадрата и правоугаоника.

48. Одредити странице ромба површине 16 cm^2 чији је однос дијагонала $d_1 : d_2 = 1 : 2$.

49. Делтоид се састоји из два једнакокрака троугла чија заједничка основица износи 40 cm , а краци су 25 cm , односно 52 cm . Израчунати површину делтоида.

50. Израчунати површину трапеза ако су му основице $a = 8$, $b = 4$, а углови на већој основици 45° и 30° .

51. Бочна ивица правог паралелепипеда је 10 cm , ивице основе су 11 cm и 23 cm , а однос дијагонала основе је $2 : 3$. Наћи површине дијагоналних пресека паралелепипеда.
52. Основа пирамиде је правоугаоник страница 6 cm и 8 cm , а све бочне ивице пирамиде су 13 cm . Наћи висину пирамиде.
53. Дата је правилна четворострана пирамида основне ивице $a = 5\sqrt{2}$ и бочне ивице $s = 13$. Израчунати ивицу коцке која је уписана у ту пирамиду тако да се њена четири горња темена налазе на ивицама пирамиде.
54. Ивице квадрата осnose се као $1 : 2 : 5$, а његова дијагонала дуга је $5\sqrt{6}\text{ cm}$. Колика је површина квадрата?
55. Површина правилне тростране призме је $P = 20\sqrt{3}\text{ cm}^2$, а основна ивица 4 cm . Наћи висину призме.
56. Ако се свака ивица коцке увећа за 2 cm , запремина коцке се увећава за 98 cm^3 . Колика је ивица коцке?
57. Израчунати површину и запремину праве четворостране призме чија је основа ромб са дијагоналама $d_1 = 16$ и $d_2 = 12$, а висина једнака основној ивици.
58. Ивица коцке је $a = 2\text{ cm}$. Сваку дијагоналу коцке продужимо са обе стране за по 1 cm . Тако добијених осам тачака су темена нове коцке. Колика је њена запремина?
59. Одредити запремину правилне шестостране пирамиде ако је основна ивица дужине $a = 4$, а површина $P = 60\sqrt{3}$.
60. Израчунати површину и запремину правилне тростране пирамиде чија је бочна ивица $s = 10\text{ cm}$, а површина омотача $M = 144\text{ cm}^2$.
61. Обим основе ваљка је $12\pi\text{ cm}$, а висина $H = 1,6\text{ dm}$. Израчунати површину и запремину овог ваљка.
62. Наћи запремину ваљка површине $180\pi\text{ cm}^2$ ако је разлика висине и полупречника основе 3 cm .
63. У правилну четворострану призму уписан је кружни ваљак. Одредити запремину ваљка ако је запремина призме 128 cm^3 .

64. Нека је површина правог ваљка $P = 112\pi$ и однос полупречника према висини $r : H = 2 : 5$. Израчунати површину омотача и запремину ваљка.

65. Омотач купе је четвртина круга полупречника 4 cm. Израчунати површину и запремину купе.

66. Правоугли троугао чије су катете дужине 15 и 20 ротира око своје хипотенузе. Наћи запремину добијеног тела.

67. Израчунати површину и запремину купе ако је њена изводница дужине 20 cm, а угао који она заклапа са основом 30° .

68. У праву купу полупречника основе $r = 5$ cm и висине $h = 12$ cm уписана је лопта. Наћи запремину лопте.

69. Ако се полупречник сфере повећа за 1 cm, њена површина се повећа за 8π cm². За колико се при томе повећа запремина сфере?

70. Висина правилне четворостране призме је 2 cm, а основна ивица је 4 cm. Одредити полупречник лопте описане око призме.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

71. Дате су тачка $A(1, 1)$, $B(6, -4)$ и $C(7, 1)$. Одредити координате тачке D која дели дуж AB у односу 2 : 3, а затим наћи координате тачке E која полови дуж CD .

72. Дуж AB подељена је на пет једнаких делова. Одредити координате деобних тачака ако је $A(3, 2)$, $B(15, 6)$.

73. Одредити тачке пресека праве $2x - 3y + 12 = 0$ са координатним осама.

74. Одредити једначину праве која садржи тачку $A(2, -1)$, а са позитивним смером осе Ox гради угао $\varphi = \frac{\pi}{6}$.

75. Наћи коефицијент правца k и одсечак n на Oy осе праве која пролази кроз тачке $A(2, -8)$ и $B(-1, 7)$.

76. За које вредности реалних параметара p и q права чија је једначина $(p + q - 1)x + (2p + 3q)y + p + 2 = 0$ паралелна осе Ox , а на осе Oy одсеца одсечак -2 .

77. Написати једначину праве која пролази кроз тачке A и B ако је: а) $A(-1, 1)$, $B(2, 4)$;

78. Одредити једначине правих које пролазе кроз тачку $A(-1, 3)$ и на координатним осама одсецају једнаке одсечке.

79. Наћи једначину праве која пролази кроз тачку $A(2, 3)$ и има коефицијент правца $k = 3$;

80. Одредити једначину праве која садржи тачку $M(2, -1)$ и гради са x -осом угао два пута већи него права $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$.

81. Одредити једначину праве која садржи тачку A и нормална је на правој p , ако је: $A(1, 3)$, $p: 3x - 5y + 7 = 0$;

82. Дат је троугао ABC : $A(-1, -1)$, $B(4, 2)$, $C(2, 5)$. Наћи једначине висина овог троугла.
83. Одредити m тако да је права $y = mx + 5$ удаљена од координатног почетка за $d = \sqrt{5}$.
84. Наћи угаони коефицијент праве која садржи тачку $P(-2, 1)$ и њено растојање од тачке $A(3, 1)$ једнако је 4.
85. Одредити једначину праве која садржи тачку $M(-3, 1)$ и њено одстојање d од тачке $N(1, 3)$ је $d = \sqrt{2}$.
86. Одредити све вредности реалног параметра a тако да права $ax + 2y = 8$ сече праву $2x - y + 3 = 0$ под углом од: 45°
87. Написати једначину круга који пролази кроз тачку $A(9, -5)$ а центар му се налази у пресеку правих $2x + y - 15 = 0$ и $x - 3y + 17 = 0$.
88. Одредити једначину круга концентричног кругу $x^2 + y^2 - 4x - 4y = 8$ са полупречником већим за 1.
89. Наћи једначину круга полупречника $r = 3$ који додирује обе координатне осе у првом квадранту.
90. Наћи пресечне тачке датог круга и дате праве: $x^2 + y^2 = 41$, $y - x = 1$
91. Наћи једначине тангенти круга k које су паралелне правој l , ако је:
 $k: x^2 + y^2 = 5$, $l: 2x - y + 1 = 0$.
92. За које вредности параметра n права $y = 2x + n$ сече круг $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 10 = 0$.
93. Дата је елипса $4x^2 + 9y^2 = 36$. Одредити ексцентрицитет, параметар и једначине директриса.
94. Одредити пресечне тачке праве и елипсе: $2x - 5y = 0$, $24x^2 + 30y^2 = 720$;
95. Наћи површину четвороугла чија два темена леже у жижама елипсе $x^2 + 5y^2 = 20$, а друга два се поклапају са крајевима мале осе.
96. Одредити коефицијенте a^2 и b^2 у једначини хиперболе $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$, ако та хипербола садржи тачке: $M_1(2, 3)$, $M_2(7, 12)$;
97. Написати једначину хиперболе чији је параметар $2p = 32$ и линеарни ексцентрицитет $c = 15$.
98. Наћи координате фокуса и једначину директрисе параболе: $y^2 = 24x$;
99. Дата је параболо $y^2 = 3x$ и права $p: 3x + 5y + 1 = 0$. Одредити једначину праве n која садржи фокус F параболе и нормална је на правој p .
100. Наћи једначину тангенте параболе $y^2 = 8x$ која садржи тачку: $P(5, -7)$;